

Минобрнауки России

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)**

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
Кургалин Сергей Дмитриевич
Кафедра цифровых технологий

25.06.2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.22 Математическая статистика

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

02.03.01 Математика и компьютерные науки

2. Профиль подготовки/специализация:

Квантовая теория информации, Распределенные системы и искусственный интеллект

3. Квалификация (степень) выпускника:

Бакалавриат

4. Форма обучения:

Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Кафедра цифровых технологий

6. Составители программы:

Клинских Александр Федотович, доктор физико-математических наук, профессор

7. Рекомендована:

протокол НМС ФКН № 5 от 10.03.2021

8. Учебный год:

2022-2023

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

обучение студентов построению статистических моделей случайных явлений, изучаемых естественными науками, анализу этих моделей, развитие у студентов навыков интерпретации результатов статистического анализа.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1. Для успешного освоения дисциплины необходимо предварительное изучение математического анализа и теории вероятностей. Дисциплина является предшествующей для курсов «Теория информации», «Распознавание образов».

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников) и индикаторами их достижения:

Код и название компетенции	Код и название индикатора компетенции	Знания, умения, навыки
<p>ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук</p>	<p>Знает принципы построения и анализа статистических моделей случайных явлений</p>
<p>ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.2 Умеет использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>Умеет решать стандартные задачи обработки данных</p>
<p>ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</p>	<p>Владеет навыками самостоятельного выбора методов статистики для решения различных задач</p>

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час:

2/72

Форма промежуточной аттестации:

Зачет с оценкой, Контрольная работа

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Семестр 4	Всего
Аудиторные занятия	48	48
Лекционные занятия	32	32
Практические занятия	16	16
Лабораторные занятия		0
Самостоятельная работа	24	24
Курсовая работа		0
Промежуточная аттестация	0	0
Часы на контроль		0
Всего	72	72

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1	Элементы математической статистики	Основные понятия математической статистики.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7209
2	Вероятностные распределения, применяемые в статистике; точечные и интервальные оценки	Распределение Гаусса, гамма-распределение, распределение Стьюдента, распределение хи-квадрат. Метод максимального правдоподобия, доверительный интервал.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7209
3	Проверка статистических гипотез; критерии согласия	Критерии согласия, критерий хи-квадрат.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7209

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Элементы математической статистики	4	4		4	12

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
2	Вероятностные распределения, применяемые в статистике; точечные и интервальные оценки	14	6		10	30
3	Проверка статистических гипотез; критерии согласия	14	6		10	30
		32	16	0	24	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических (или лабораторных) заданий в объёме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины. Лекционные занятия формируют базу для практических (или лабораторных) занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических (лабораторных) занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, презентационным материалом (при наличии) и конспектов практических (лабораторных) занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Больше количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

№ п/п	Источник
1	Иванов, Б. Н. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Иванов Б. Н. — 2-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2019 .— 224 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-3636-1 .— <URL: https://e.lanbook.com/book/113901 >.
2	Емельянов, Г. В. Задачник по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учебное пособие / Емельянов Г. В., Скитович В. П. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019 .— 332 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-3984-3 .— <URL: https://e.lanbook.com/book/113941 >.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Боровков, А. А. Математическая статистика [Электронный ресурс] / Боровков А. А. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2010 .— 704 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-1013-2 .— <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3810 >.
2	Балдин, К. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев .— 3-е изд., стер. — Москва : Дашков и К°, 2020 .— 472 с. : ил. — Библиогр.: с. 433-434. — http://biblioclub.ru/ .— ISBN 978-5-394-03595-1 .— <URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573173 >.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1	ЗНБ ВГУ: https://lib.vsu.ru/
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": http://biblioclub.ru/
3	Электронно-библиотечная система "Лань": https://e.lanbook.com/
4	Электронно-библиотечная система "Консультант студента": http://www.studmedlib.ru
5	Электронный университет ВГУ: https://edu.vsu.ru/

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	<p>Боровков, А. А. Математическая статистика [Электронный ресурс] / Боровков А. А. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2010 .— 704 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-1013-2 .— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3810>.</p>

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 477

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 479

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-8400-2,8ГГц, монитор с ЖК 19», мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 505п

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-3220-3.3ГГц, монитор с ЖК 17”, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 292

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя Pentium-G3420-3,2ГГц, монитор с ЖК 17”, мультимедийный проектор, экран. Система для видеоконференций Logitech ConferenceCam

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 297

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i3-3240-3,4ГГц, монитор с ЖК 17”, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 380

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i3-3240-3,4ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 305п

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 307п

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Разделы дисциплины (модули)	Код компетенции	Код индикатора	Оценочные средства для текущей аттестации
1	Разделы 1-3	ОПК-1	ОПК-1.1	
2	Разделы 1-3	ОПК-1	ОПК-1.2	
3	Разделы 1-3	ОПК-1	ОПК-1.3	

Промежуточная аттестация

Форма контроля - Зачет с оценкой, Контрольная работа

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Перечень вопросов для письменного опроса

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- контрольные работы

Комплект задач для контрольных работ

1. (производящая функция гамма-распределения) Даны случайные непрерывные величины U и

X с плотностями распределения вероятностей

$$f_U(u) = \begin{cases} \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} u^{\alpha-1} e^{-\lambda u}, u \geq 0; \\ 0, u < 0, \end{cases} \quad f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}.$$

Найти: а) производящую функцию $g_U(\theta) = M[e^{\theta U}]$, б) производящую функцию $g_{X^2}(\theta) = M[e^{\theta X^2}]$, в) плотность распределения вероятностей $f_{X^2}(x)$.

2. (распределение χ^2) Даны X_1, X_2, \dots, X_n независимые, одинаково распределённые случайные величины с плотностью распределения вероятностей $f(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x_i^2/2}$. Рассмотрим случайную величину

$$\chi_n^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2.$$

Найти: а) производящую функцию $g_{X_i}(\theta) = M[e^{\theta X_i}]$, б) производящую функцию $g_{\chi_n^2}(\theta) = M[e^{\theta \chi_n^2}]$, в) плотность распределения вероятностей $f_{\chi_n^2}(x)$.

3. (повторяем важную задачу статистики) X_1, X_2, \dots, X_n независимые, одинаково распределённые случайные величины с плотностью распределения вероятностей

$$f(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x_i-\mu)^2/2\sigma^2}.$$

Рассмотрим случайные величины $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$; $S = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$.

Доказать следующие равенства: а) $M[X_i] = \mu$; б) $D[X_i] = \sigma^2$; в) $M[\bar{X}] = \mu$; г) $D[\bar{X}] = \frac{\sigma^2}{n}$; д) $M[S] = \sigma^2(n-1)$.

4. (распределение χ^2) Даны X_1, X_2, \dots, X_n независимые, одинаково распределённые случайные величины с плотностью распределения вероятностей $f(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x_i^2/2}$.

Рассмотрим случайную величину $\chi_n^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2$.

Найти: а) производящую функцию $g_{X_i}(\theta) = M[e^{\theta X_i}]$, б) производящую функцию $g_{\chi_n^2}(\theta) = M[e^{\theta \chi_n^2}]$, в) плотность распределения вероятностей $f_{\chi_n^2}(x)$.

5. (метод максимального правдоподобия) Сформулировать алгоритм метода максимального правдоподобия.

6. (распределение χ^2) Даны X_1, X_2, \dots, X_n независимые, одинаково распределённые случайные величины с плотностью распределения вероятностей $f(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x_i^2/2}$.

Рассмотрим случайную величину $\chi_n^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2$.

Найти: а) производящую функцию $g_{X_i}(\theta) = M[e^{\theta X_i}]$, б) производящую функцию $g_{\chi_n^2}(\theta) = M[e^{\theta \chi_n^2}]$, в) плотность распределения вероятностей $f_{\chi_n^2}(x)$.

7. (критерий согласия χ^2) Сформулировать алгоритм проверки гипотез на основе критерия согласия χ^2 .

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- письменный опрос

Перечень вопросов для письменного опроса

1. Основные понятия математической статистики.

2. Распределение Гаусса.
3. Гамма-распределение.
4. Распределение Стьюдента.
5. Распределение хи-квадрат.
6. Метод максимального правдоподобия.
7. Доверительный интервал.
8. Критерии согласия.

Критерий хи-квадрат.

Для оценивания результатов обучения на зачёте с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.	Повышенный уровень	Отлично
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трём из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырём из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.	-	Неудовлетворительно